МОДЕЛИРОВАНИЕ СКИН-ЭФФЕКТА В ЗАДАЧАХ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ С ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

Н. А. Каримов

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет),
n-neo@inbox.ru

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) является одной из наиболее эффективных технологий повышения дебита добывающих скважин, когда за счет увеличения фильтрационной поверхности скважины с примыкающей к ней трещиной ГРП увеличивается приток жидкости в скважину.

Движение жидкости в пласте и трещине ГРП описывается законом фильтрации Дарси [1]

$$V_i = -\frac{k_i}{\mu}\operatorname{grad} p_i, \qquad (1)$$

где μ - вязкость жидкости, V_i - скорость фильтрации, p_i - давление, k_i - проницаемость в соответствующей области, *i=1* соответствует пласту, *i=2* - трещине ГРП.

Из условия несжимаемости $\operatorname{div} V = 0$ потенциал ϕ в области пласта и трещины ГРП удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla \phi_i = 0, \phi_i = \frac{k_i h p_i}{\mu}, \qquad (2)$$

где h - толщина пласта.

Для трещины, моделируемой эллипсом с полуосями l и δ, решение с помощью конформного отображения эллипса на единичный круг данной задачи приведено в [1]. Ниже предложена модифицированная постановка задачи, позволяющая находить решение в максимально простой форме.

Используя комплексную переменную $z = x + iy$, величину давления и комплексной скорости в области пласта, а также величину нормальной компоненты вектора скорости на линии раздела пласт-трещина можно выразить через комплексный потенциал $\Phi_1(z)$ следующим образом [1, 2]:

$$p_1 = \frac{\mu k_1}{h}\operatorname{Re}\Phi_1(z); u_1 + iv = -\overline{\Phi_1^{'}(z)}; u_n = -\operatorname{Im}\left(\frac{d\Phi_1}{ds}\right), \qquad (3)$$

где $z = z_1(s)$ — уравнение линии раздела пласт-трещина в комплексной форме.

Комплексный потенциал $\Phi_1(z)$ можно представить в виде [1,2]:

$$\Phi_1(z) = \frac{k_1 h}{\mu} p_c + \frac{Q}{2\pi}\ln\frac{z}{R_c} + k_1\sum_{n=1}^{\infty} B_n z^{-2n}, \qquad (4)$$

где p_c и R_c - давление на контуре питания скважины и радиус этого контура питания, Q - дебит скважины, B_n - неизвестные коэффициенты.

В области, занятой трещиной, усредним по y уравнение фильтрации Дарси (1) и условие несжимаемости $\operatorname{div} V = 0$ и запишем их при $|x| < l$ и $y = 0$ как [2]

$$q(x)=\frac{k_2 h}{\mu}w(x)\frac{dp_2}{dx};\frac{dq}{dx}=-u_n(x), \tag{5}$$

где $q(x)=\int\limits_0^{w(x)} u_2(x,y)dy; u_n=v_2(x,w(x)); w(x)=\delta\sqrt{1-(x/l)^2}$.

В безразмерной переменной $\xi=x/l$ потенциал Φ_1 на границе пласт-трещина должен удовлетворять следующей краевой задаче [2]:

$$F_{CD}\sqrt{1-\xi^2}\,\mathrm{Re}\,\Phi_1'(\xi)=\mathrm{Im}\,\Phi_1(\xi), |\xi|\le 1. \tag{6}$$

Сделав замену $\xi=\cos\alpha$, функцию $\Phi_1(\alpha)$ можно записать в виде

$$\Phi_1(\alpha)=\frac{k_1 h}{\mu}p_c+\frac{Q}{2\pi}(\ln\frac{l}{2R_c}+i\alpha+\sum_{n=1}^{\infty}a_n(\cos 2n\alpha+i\sin 2n\alpha)), \tag{7}$$

где $a_n=\frac{(-1)^n}{n}\frac{2nF_{CD}}{1+2nF_{CD}}=\frac{(-1)^n}{n}\left(1-\frac{1}{1+2nF_{CD}}\right)$.

Оставшееся граничное условие (равенство давления p на контуре скважины $z_w=r_w e^{i\alpha}$ величине p_w) позволяет связать значение дебита скважины Q с величиной перепада давления p_c-p_w в виде

$$Q=\frac{2\pi k_1 h}{\mu}\frac{p_c-p_w}{\ln(R_c/r_w)+S}, \tag{8}$$

где величина S (скин-фактор скважины с трещиной ГРП) вычисляется как

$$S=-\ln\frac{l}{2r_w}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(2nF_{CD}+1)}. \tag{12}$$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-03-97008-р_поволжье_а.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999. 212 с.
2. *Астафьев В.И., Федорченко Г.Д.* Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины гидравлического разрыва пласта // Вестник СамГТУ. 2007 № 2 (15). С. 128-132.